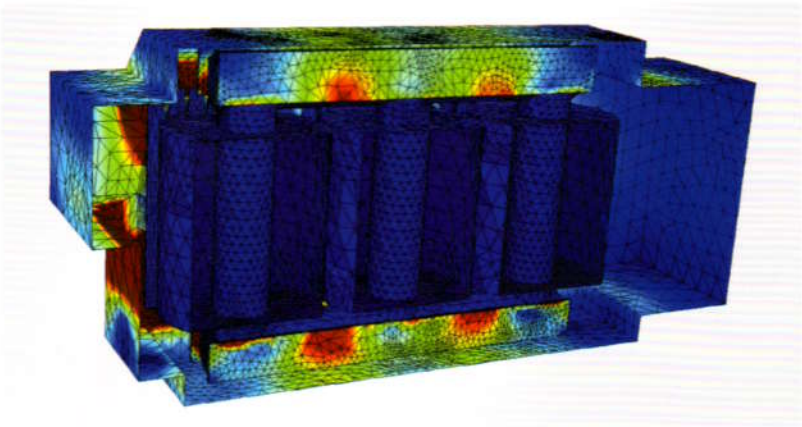
Mit hoher Genauigkeit schnell berechnen

Computersimulation auf neuen Wegen

Vielfach liegen Produktentwicklungen und Produktverbesserungen genaueste mathematische Berechnungen und Computersimulationen zu Grunde. So können etwa mechanische Deformationen oder magnetische Felder mathematisch beschrieben werden. Am Institut für Numerische Mathematik der JKU und am Johann Radon Institute for Computational and Applied Mathematics der Österreichischen Akademie der Wissenschaften wurden nun im Bereich der Elektromagnetik neue Ergebnisse in der Computersimulation erzielt, die bei gleicher Rechenzeit eine höhere Genauigkeit des Ergebnisses ermöglichen.

Bei jedem Transformator gibt es Wirbelstromverluste, die das Ergebnis der Transformatorleistung herabsetzen. Um jene Bereiche des Transformators, wo die Verluste stattfinden, genau zu orten, muss der Transformator mit Hilfe partieller Differentialgleichungen mathematisch beschrieben werden. Die leistungsfähigste und meistbenutzte Methode zur Computersimulation dieser mathematischen Modelle ist die Finite Elemente Methode (FEM).
Von der FEM gibt es zwei Versionen, die in unterschiedlicher Art an die mathematische Beschreibung des Objekts herangehen. Während die eine Version – die so genannte h-Version – das zu berechnende Objekt in viele kleine, einfache Elemente wie Dreiecke, Tetraeder und Quader zerlegt, arbeitet die zweite – so genannte p-Version – mit weniger und komplexeren, intelligenteren Unterteilungselementen.
Am Institut für Numerische Mathematik wurde nun eine kombinierte hp-Version entwickelt, die die Größe der Unterteilungselemente je nach den Vorgaben des Objekts variiert. Damit kann etwa beim Transformator ein sehr genaues Ergebnis geliefert werden, wo die Wirbelstromverluste am größten sind. In der Folge können für die Transformatoren Schirme entwickelt werden, die die Verluste optimal abfangen. Ein besonderes Problem bei der Anwendung der FEM stellt die Rechnerleistung dar: die Feinheit des Netzes – also die Größe der Tetraeder, Dreiecke, Quader – soll durch adaptive Algorithmen automatisch reguliert werden; in kritischen Bereichen müssen viele kleine Elemente verwendet werden, in anderen Bereichen sind große Elemente ausreichend. Dazu kommt, dass die Gleichungslösung sehr rechenaufwändig ist. Bei konventionellen Algorithmen wächst die benötigte Rechenzeit überproportional mit der Problemgröße an. Wenn also anstelle von 1000 Eckpunkten die Werte für 2000 Eckpunkte zu berechnen sind, braucht der Computer dafür achtmal so lang. Mit modernen Verfahren gelingt es allerdings, einen proportionalen Zusammenhang von Problemgröße und benötigter Rechenzeit zu erreichen, die Rechenzeit für 2000 Eckpunkte würde sich also gegenüber der Rechenzeit für 1000 Eckpunkte nur auf das doppelte erhöhen. Mit den nun vorliegenden Forschungsergebnissen gelingt es, bei gleicher Rechenzeit eine viel höhere Genauigkeit zu erzielen.



An dieser Computersimulation eines Transformators wird an den rot eingefärbten Flächen ersichtlich, wo die größten Wärmeverluste entstehen

Finite Elemente Methode FEM
Das Vorgehen mit FEM funktioniert, als würde man ein Gitter über das zu berechnende Objekt legen. Dieses Gitter kann unterschiedlich modelliert werden.
Für glatte Oberflächen des Objekts muss das Gitter nicht so fein sein, es können größere Elemente verwendet werden, deren Eckpunkte, Kanten und Flächen als Berechnungsgrundlage dienen. Für Kerben, Einbuchtungen etc. werden kleinere Elemente verwendet, bei denen die Eckpunkte als Berechnungsgrundlage herangezogen werden. Den Eckpunkten ist jeweils ein Wert zugeordnet – im Fall des Transformators z.B. die Temperatur –, der sich aus den Mittelwerten der Nachbareckpunkte errechnet.

Dr. Joachim Schöberl
Johann Radon Institute for Computational and Applied Mathematics, RICAM

Schöberl promovierte 1999 sub auspiciis praesidentis bei o.Univ.Prof. Dr. Ulrich Langer am Institut für Numerische Mathematik der JKU. Er erhielt 2002 den START-Preis für ein Projekt mit dem Ziel, eine effiziente hp-FEM-Software für mechanische und elektromagnetische Aufgabenstellungen zu entwickeln. Die entwickelte Software wird frei zur Verfügung gestellt und pro Monat von mehr als 100 AnwenderInnen vom Netz herunter geladen. Schöberl ist seit 2004 Senior post doc am RICAM und gründete im selben Jahr die Finite Elemente Software und Consulting GmbH FEMWorks.

KONTAKT
Dr. Joachim Schöberl
Tel.: 0732/2468-9169
e-mail: joachim.schoeberl@oeaw.ac.at
www.hpfem.jku.at, www.ricam.oeaw.ac.at